МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Заочный факультет
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор
А. Л. Степанченко
16 февраля 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА
«Б1.О.02.01 МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования: специалитет

Специальность: 21.05.01 Прикладная геодезия

Направленность(профиль) подготовки: Инженерная геодезия

Квалификация (степень) выпускника: специалист

Форма обучения: заочная

Год набора (приема на обучение): 2024

Срок получения образования: 5 лет 8 месяца(-ев)

Объем: в зачетных единицах: 15 з.е.
в академических часах: 540 ак.ч.

Москва, 2024

Разработчики:

Профессор кафедры Высшей математики, д.н., профессор
Нейман Ю. М.

Профессор кафедры Высшей математики, д.т.н., доцент
Сугаипова Л. С.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 21.05.01 Прикладная геодезия, утвержденного приказом Минобрнауки от 11.08.2020 № 944

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Заочный факультет	Председатель Учебно-методической комиссии	Литвиненко М. В.	Рассмотрено	15.02.2024, № 1

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3. Место дисциплины в структуре ОП

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

5. Содержание дисциплины
   5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
   5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля

6. Оценочные материалы текущего контроля

7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

8. Порядок проведения промежуточной аттестации

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
   9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
   9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
   9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
   9.4. Оборудование и технические средства обучения

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, произ-водные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-1 Способен решать производственные и (или) исследовательские задачи производственной деятельности на основе фундаментальных знаний в области геодезии

ОПК-1.1 Демонстрирует навыки физического и программного моделирования отдельных фрагментов процесса выбора оптимального варианта для конкретных условий

Знать:

ОПК-1.1/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.1/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.1/Нв4 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания для решения задач профессиональной деятельности в области геодезии

Знать:

ОПК-1.2/Зн5 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий

Уметь:

ОПК-1.2/Ум4 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.2/Нв4 Основным математическим аппаратом для решения задач геодезии

ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций

Знать:

ОПК-1.3/Зн4 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени

Уметь:

ОПК-1.3/Ум3 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

Владеть:

ОПК-1.3/Нв4 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени

ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов планирования и контроля проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн4 Современные достижения математики

Уметь:

ОПК-1.4/Ум4 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-1.4/Нв4 Способностью использовать современные научные разработки для анализа происходящих процессов и качественной оценки проведенных работ

ОПК-3 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.1 Демонстрирует умение самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее

Знать:

ОПК-3.1/Зн2 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате

Уметь:

ОПК-3.1/Ум2 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-3.1/Нв2 Базовыми знаниями Высшей математики, для обеспечения возможности эффективного проведения комплекса исследовательских мероприятий, направленных на решение профессиональных задач

ОПК-3.2 Анализирует внутреннюю логику научного знания

Знать:

ОПК-3.2/Зн2 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки

Уметь:

ОПК-3.2/Ум2 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи

Владеть:

ОПК-3.2/Нв2 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности

ОПК-3.3 Анализирует комплекс современных проблем человека, науки и техники, общества и культуры

Знать:

ОПК-3.3/Зн2 Основной математический аппарат применяемый в решении задач геодезии

Уметь:

ОПК-3.3/Ум2 Выявлять перечень необходимых требований для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-3.3/Нв2 Навыками поиска оптимального решения профессиональных задач

ОПК-3.4 Обосновывает свою мировоззренческую и социальную позицию и применяет приобретенные знания в областях, не связанных с профессиональной деятельностью

Знать:

ОПК-3.4/Зн2 Теоретическую основу используемого математического аппарата

Уметь:

ОПК-3.4/Ум2 Доказывать свойства используемого аппарата

Владеть:

ОПК-3.4/Нв2 Навыками поиска необходимой для решения задачи информации

ОПК-3.5 Определяет основные направления развития инновационных технологий в геодезии и дистанционном зондировании

Знать:

ОПК-3.5/Зн2 Направления развития используемого в различных отраслях геоедезической науки математического аппарата

Уметь:

ОПК-3.5/Ум2 Использовать открытые источники для поиска актуальных результатов исследований в рамках специальности

Владеть:

ОПК-3.5/Нв2 Навыками реализации передовых разработок в области использования математического аппарата для решения профессиональных задач

ОПК-3.6 Оценивает инновационные риски

Знать:

ОПК-3.6/Зн2 Способы оценки временных затрат при решении профессиональных задач

Уметь:

ОПК-3.6/Ум2 Оценивать эффективность использования новых разработок из области прикладной математики при решении профессиональных задач

Владеть:

ОПК-3.6/Нв2 Навыками предварительного анализа новых разработок из области прикладной математики с целью исключения очевидно не применимых к решению конкретной задачи вычислительных методов

ОПК-3.7 Владеет навыками разработки инновационных подходов в конкретных технологиях с помощью АРМ

Знать:

ОПК-3.7/Зн2 Алгоритмы решения специализированных задач, последовательность обработки информации

Уметь:

ОПК-3.7/Ум2 Организовывать распределенные вычисления

Владеть:

ОПК-3.7/Нв2 Представлениями о возможностях оптимизации вычислительных процессов

ОПК-3.8 Обрабатывает результаты научно-исследовательской, практической технической деятельности используя информационные ресурсы и использует полученную информацию для принятия решений в профессиональной деятельности

Знать:

ОПК-3.8/Зн2 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

Уметь:

ОПК-3.8/Ум2 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования

Владеть:

ОПК-3.8/Нв2 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.02.01 «Математика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 2, 3.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1-я летняя сессия	180	5	171	Экзамен (9)
2-я летняя сессия	180	5	171	Экзамен (9)
3-я летняя сессия	180	5	171	Экзамен (9)
Всего	540	15	513	27

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотнесенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Введение в математический анализ	**30**	**30**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 1.1. Функции одной переменной	2	2	
Тема 1.2. Пределы	10	10	
Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин	13	13	
Тема 1.4. Непрерывность функций	5	5	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	**43**	**43**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 2.1. Производная и дифференциал	5	5	
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	10	10	
Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	10	10	
Тема 2.4. Формула Тейлора	3	3	
Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления	15	15	
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	**44**	**44**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	8	8	
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	10	10	
Тема 3.3. Определенный интеграл и его свойства	6	6	
Тема 3.4. Вычисление определенного интеграла	10	10	
Тема 3.5. Несобственные интегралы	5	5	
Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла	5	5	

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	**14**	**14**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 4.1. Векторы	1	1	
Тема 4.2. Скалярное произведение векторов	1	1	
Тема 4.3. Векторное произведение векторов	2	2	
Тема 4.4. Смешанное произведение векторов	2	2	
Тема 4.5. Канонические уравнения кривых второго порядка	3	3	
Тема 4.6. Плоскость	2	2	
Тема 4.7. Прямая в пространстве	3	3	
Раздел 5. Элементы линейной алгебры	**40**	**40**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 5.1. Матрицы	2	2	
Тема 5.2. Определители	5	5	
Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы	3	3	
Тема 5.4. Обратная матрица	10	10	
Тема 5.5. Линейные пространства	10	10	
Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	10	10	
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	**60**	**60**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 6.1. Функции нескольких переменных	4	4	
Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	19	19	
Тема 6.3. Геометрические приложения частных производных	9	9	
Тема 6.4. Экстремум функции нескольких переменных	9	9	
Тема 6.5. Скалярное поле	19	19	
Раздел 7. Кратные интегралы	**45**	**45**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 7.1. Двойной интеграл	15	15	
Тема 7.2. Тройной интеграл	15	15	
Тема 7.3. Приложения кратных интегралов	15	15	

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы	**42**	**42**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 8.1. Элементы теории поля	10	10	
Тема 8.2. Криволинейные интегралы	20	20	
Тема 8.3. Поверхностные интегралы	12	12	
Раздел 9. Ряды	**24**	**24**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 9.1. Числовые ряды	12	12	
Тема 9.2. Функциональные ряды	12	12	
Раздел 10. Дифференциальные уравнения	**121**	**121**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	50	50	
Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков	35	35	
Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений	36	36	
Раздел 11. Численные методы	**50**	**50**	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Тема 11.1. Численные методы	50	50	
Итого	**513**	**513**	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Функции одной переменной

1.1. Определение и способы задания функции
1.2. Основные свойства функций
1.3. Классификация функций

Тема 1.2. Пределы

2.1. Основные определения
2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
2.3. Теоремы о существовании пределов
2.4. Первый замечательный предел
2.5. Определение предела числовой последовательности
2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел

Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин

3.1. Сравнение бесконечно малых
3.2. Эквивалентные бесконечно малые и их свойства

Тема 1.4. Непрерывность функций

4.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
4.2. Точки разрыва и их классификация
4.3. Теоремы о непрерывных функциях
4.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

1.1. Определение производной
1.2. Дифференцируемость и дифференциал
1.3. Основные правила дифференцирования
1.4. Производные неявно и параметрически заданной функций
1.5. Линеаризация функций

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

2.1. Производные высших порядков
2.2. Дифференциалы высших порядков
2.3. Инвариантность формы дифференциала

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

3.1 Теорема Ферма
3.2. Теорема Ролля
3.3 Теорема Лагранжа
3.4 Теорема Коши
3.5 Правило Лопиталя

Тема 2.4. Формула Тейлора

4.1. Формула Тейлора для многочлена
4.2. Формула Тейлора для произвольной функции

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

5.1. Монотонность функций
5.2. Экстремумы функций
5.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
5.4. Асимптоты графика функции
5.5. Общая схема исследования и построения графика функции
5.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

1.1. Основные понятия
1.2. Свойства неопределенного интеграла
1.3. Таблица основных интегралов

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

2.1. Непосредственное интегрирование
2.2. Метод замены переменной
2.3. Формула интегрирования по частям
2.4. Общие сведения о рациональных функциях
2.5. Интегрирование простейших алгебраических дробей
2.6. Интегрирование рациональных дробей
2.7. Интегрирование функций, рациональных относительно синуса и косинуса
2.8. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Тема 3.3. Определенный интеграл и его свойства

3.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы
3.2. Геометрический смысл определенного интеграла
3.3. Основные свойства определенного интеграла

Тема 3.4. Вычисление определенного интеграла

4.1. Формула Ньютона-Лейбница
4.2. Замена переменной в определенном интеграле
4.3. Интегрирование по частям
4.4. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричных отрезках

Тема 3.5. Несобственные интегралы

5.1. Интегралы с бесконечными пределами
5.2. Интегралы от неограниченных функций

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

6.1. Вычисление площади в прямоугольных координатах
6.2. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах
6.3. Длина дуги кривой
6.4. Объем тела

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 4.1. Векторы

1.1. Основные понятия
1.2. Линейные операции над векторами
1.3. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису
1.4. Система координат
1.5. Проекция вектора на ось
1.6. Представление векторов в декартовой системе координат

Тема 4.2. Скалярное произведение векторов

2.1. Определение и свойства скалярного произведения
2.2. Скалярное произведение в декартовых координатах

Тема 4.3. Векторное произведение векторов

3.1. Определители второго и третьего порядков
3.2. Определение векторного произведения и его свойства
3.3. Векторное произведение в декартовых координатах

Тема 4.4. Смешанное произведение векторов

4.1. Смешанное произведение векторов и его свойства
4.2. Смешанное произведение в декартовых координатах

Тема 4.5. Канонические уравнения кривых второго порядка

5.1. Эллипс
5.2. Гипербола
5.3. Парабола

Тема 4.6. Плоскость

6.1. Уравнения поверхностей и линий в пространстве
6.2. Способы задания плоскости в пространстве
6.3. Взаимное расположение плоскостей

Тема 4.7. Прямая в пространстве

7.1. Способы задания прямой в пространстве
7.2. Взаимное расположение прямых в пространстве
7.3. Взаимное расположение прямой и плоскости
7.4. Основные задачи на прямую и плоскость

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Тема 5.1. Матрицы

1.1. Понятие матрицы
1.2. Линейные операции над матрицами
1.3. Транспонирование и умножение матриц

Тема 5.2. Определители

2.1. Понятие определителя
2.2. Свойства определителей
2.3. Основные методы вычисления определителей n-го порядка

Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы

3.1. Понятие линейной зависимости строк матрицы
3.2. Базисный минор и ранг матрицы
3.3. Вычисление ранга матрицы

Тема 5.4. Обратная матрица

4.1. Обратная матрица и ее отыскание
4.2. Правило Крамера

Тема 5.5. Линейные пространства

5.1. Понятие линейного пространства
5.2. Понятие линейной зависимости векторов линейного пространства
5.3. Базис и координаты вектора
5.4. Размерность линейного пространства
5.5. Понятие изоморфизма линейных пространств
5.6. Преобразование координат при переходе к новому базису пространства

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

6.1. Понятие СЛАУ и ее решения
6.2. Условие совместности СЛАУ
6.3. Однородные СЛАУ
6.4. Общее решение СЛАУ
6.5. Метод Гаусса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

1.1. Основные понятия
1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

2.1 Частные производные первого порядка
2.2 Дифференцируемость и полный дифференциал
2.3 Инвариантность формы дифференциала первого порядка
2.4 Линеаризация функции
2.5 Частные производные и дифференциалы высших порядков
2.6 Производная сложной функции
2.7 Дифференцирование неявно заданной функции

Тема 6.3. Геометрические приложения частных производных

3.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
3.2. Геометрический смысл полного дифференциала
3.3. Нормальная плоскость и касательная к пространственной кривой

Тема 6.4. Экстремум функции нескольких переменных

4.1. Формула Тейлора
4.2. Локальный экстремум
4.3. Условный экстремум
4.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

Тема 6.5. Скалярное поле

5.1. Линии и поверхности уровня
5.2. Производная по направлению
5.3. Градиент скалярного поля

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 7. Кратные интегралы

Тема 7.1. Двойной интеграл

1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
1.3. Замена переменных в двойном интеграле
1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Тема 7.2. Тройной интеграл

2.1. Тройной интеграл, его свойства и вычисление в прямоугольных декартовых координатах
2.2. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном инте-грале

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

3.1. Вычисление площади плоской области и площади поверхности
3.2. Вычисление объема тела
3.3. Механические приложения кратных интегралов

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Тема 8.1. Элементы теории поля

Элементы теории поля

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисле-ния. Условие независимости от пути интегрирования
2.3. Формула Грина
2.4. Приложения криволинейных интегралов

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

3.1. Понятия поверхностных интегралов первого и второго рода
3.2. Формула Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 9. Ряды

Тема 9.1. Числовые ряды

1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
1.2. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов
1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 9.2. Функциональные ряды

2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости
2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов
2.5. Комплексные числа и действия с ними
2.6. Ортогональная система функций
2.7. Ряд Фурье. Теорема Дирихле
2.8. Ряды Фурье четных и нечетных функций
2.9. Элементы спектрального анализа
2.10. Понятие об интеграле Фурье

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

1.1. Основные понятия
1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

2.1. Основные понятия
2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка
2.3. Теория решения линейных уравнений второго порядка
2.4. Теория решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами вто-рого и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Основные понятия и способы решения

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 11. Численные методы

Тема 11.1. Численные методы

Итерация
Интерполяция
Аппроксимация
Численное интегрирование

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 1-я летняя сессия.

К промежуточной аттестации допускаются студенты, полностью выполнившие все обязательные работы в рамках текущего контроля по дисциплине. Промежуточная аттестация проводится по билетам. На подготовку к ответу отводится 20-40 минут. Сначала студент пишет ответ на вопросы билета, затем устно отвечает на наводящие вопросы, связанные с вопросами билета.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2-я летняя сессия.

К промежуточной аттестации допускаются студенты, полностью выполнившие все обязательные работы в рамках текущего контроля по дисциплине. Промежуточная аттестация проводится по билетам. На подготовку к ответу отводится 20-40 минут. Сначала студент пишет ответ на вопросы билета, затем устно отвечает на наводящие вопросы, связанные с вопросами билета.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3-я летняя сессия.

К промежуточной аттестации допускаются студенты, полностью выполнившие все обязательные работы в рамках текущего контроля по дисциплине. Промежуточная аттестация проводится по билетам. На подготовку к ответу отводится 20-40 минут. Сначала студент пишет ответ на вопросы билета, затем устно отвечает на наводящие вопросы, связанные с вопросами билета.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 1.4. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = arccos\frac{x^2-5}{4} + \sqrt{2-x}$$

2. Установите какие из указанных функций являются четными, какие нечетными, а какие не являются ни четными, ни нечетными

а) $y = 3x^3 - 4x^4 - 2x^2$ б) $y = 2^{-x^3}$ в) $y = tg\frac{x}{2} + x^3$

3. Выполнить действия с комплексными числами:

А) вычислить выражения;

б) возвести комплексное число в степень z^n или найти все значения корней и построить их.

а) $(3+i)^3$ б) $\sqrt[3]{-i}$

4. Вычислите пределы, не пользуясь правилом Лопиталя и эквивалентностями

а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2+x-6}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{9x^4-2x^2+1}{3x^4+3x^2+2}$ в) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{x-4}$

г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{sin2x-2sinx}{x(1-cos2x)}$ д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3+7x}{7x-3}\right)^{\frac{7x}{5}}$

5. Вычислить пределы функций, используя эквивалентные бесконечно малые

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^{tgx}-1}{\ln(1+2arcsinx)}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{(1+x)^2}-1}{\sin(e^x-1)(tg^2\sqrt{x}+1)}$

6. Задана функция y=f(x) и два значения аргумента

Требуется:

1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;

2) в случае разрыва функции найти ее пределы в точке разрыва слева и справа, классифицировать точку разрыва;

3) сделать схематический чертёж.

$$y = arctg\,\frac{1}{x-3} \qquad x_1 = 1, \qquad x_2 = 3.$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Для каждой из заданных функций найдите производную и вычислите значение производной в точке

а) $y = (x^3 - e^{3x})^2$, $x_0 = 0$

б) $y = \frac{\sin(x+2)}{\sqrt{x^2+4}}$, $x_0 = -2$

в) $y = (2x-1)^{x^2+2x-2}$, $x_0 = 1$

2. Найдите производную dy/dx параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \sin^3 t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots \\ y = \cos^3 t \end{cases}$$

3. Найдите производную неявно заданной функции

$$tg(x^2 + y) + e^{xy} - x = 0$$

4. Найдите дифференциал первого порядка для функции y=f(x) в точке

$$y = x^2 \ln 2x \ , \ x_0 = 1$$

5. Вычислите пределы функций с применением правила Лопиталя

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x + 2\ln x}{x}$$

6. Проведите полное исследование функции методами дифференциального исчисления и начертите ее график

$$y = \ln(e^{-x} + 1)$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найти неопределенные интегралы

$$а) \int \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x} dx \ ;$$

$$б) \int \frac{xdx}{x - 7} \ ;$$

$$в) \int \frac{dx}{x^2 - 7x + 1} \ ;$$

$$г) \int \sin 2x \cos 3x \, dx \ ;$$

$$д) \int \frac{3x + 5}{(x - 3)^2 (x + 1)} dx \ .$$

2. Вычислить определенные интегралы

$$а) \int_1^6 \frac{xdx}{\sqrt{x + 3}} \ ;$$

$$б) \int_1^e (x + 2) \ln x \, dx \ .$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$а) \ x^2 + y^2 - 4y = 0$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3} x$$

$$x = 0 \ ;$$

б) $y = 6 - x - x^2$
$y = 2 - 4x$.

4. Фигура, отграниченная линиями вращается вокруг оси Ох. Найти объем тела вращения

$$y = 0 \quad x = 1 \quad y = \sqrt[3]{x}$$

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 5.5. Линейные пространства

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите базис и размерность следующих пространств

а) $V = \{(x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n | x_1 = 0\}$;
б) $V = \{(x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n | x_1 = x_n = 0\}$;
в) $V = \{(x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n | x_1 = x_2 = ... = x_n\}$.

2. Выпишите все векторы, входящие в линейную оболочку данной системы векторов:

а) $(1,0,0,0)$;
б) $(1,0,0,1)$; $(0,0,0,1)$;
в) $(1,0,0,0)$; $(0,0,0,1)$; $(0,1,1,0)$.

3. Найдите

Найдите матрицы перехода от базиса $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ к базисам $e' = (\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3')$ и $e'' = (\bar{e}_1'', \bar{e}_2'', \bar{e}_3'')$, а также координаты вектора $\bar{x} = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3$ в базисах e' и e'', если $\bar{e}_1' = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2' = -4\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 - 5\bar{e}_3$, $\bar{e}_3' = 5\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3$ и $\bar{e}_1'' = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3$, $\bar{e}_2'' = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$, $\bar{e}_3'' = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$.

4. Найдите собственные значения и собственные векторы

оператор $f : V^3 \to V^3$,

задан в базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найдите

1. косинус угла ABD;
2. площадь грани ABC;
3. объем пирамиды ABCD.

A	B	C	D
(4;2;0)	(2;1;0)	(2;1;1)	(3;2;1)

2. Даны координаты точек A, B, C и D. Найдите:

1. проекцию точки D на плоскость ABC;
2. проекцию точки D на прямую BC.

A	B	C	D
(5;5;5)	(3;4;4)	(5;2;2)	(6;5;3)

3. Найдите центр и эксцентриситет кривой второго порядка

$$x^2 + 4y^2 + 6x - 16y + 21 = 0$$

4. Даны матрицы A и B. Найдите

$$B \cdot A^T - 3A.$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 3 & 4 & 8 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решите систему линейных алгебраических уравнений тремя способами: по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса

$$\begin{cases} 10x + y + z = -7 \\ x - y - z = -4 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

6. Исследуйте систему на совместность, используя теорему Кронекера-Капелли. Если система совместна, найдите ее общее решение

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y - z = 3 \\ 4x + 3y + 5z = 5 \end{cases}$$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 6.5. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите частные производные данных функции

$$z = \frac{1}{\sqrt{3x^3 + 2x - 5y + 1}}.$$

2. Вычислите производную неявно заданной функции

$$x^3 + y^3 = \sqrt{xy}, \frac{dy}{dx} = ?$$

3. Вычислите приближенное значение следующей функции в точке A, заменяя приращение функции ее дифференциалом

$$z = x^3 \cdot \sqrt{y}, \qquad A(1{,}02;\ 0{,}95).$$

4. Найдите производную функции u(x, y, z) в точке A по направлению к точке B.

$u(x, y, z)$	A	B
$y\sqrt{x^2 + z^2}$	(3;4;4)	(4;6;6)

5. Составьте уравнение касательной плоскости к поверхности F(x, y, z)=0 в точке A.

$F(x,y,z)$	A
$2z^3 - x^2z + 2xy^2 - 12$	(2;1;2)

6. Исследуйте функцию z(x, y) на экстремум

$$-3x^2 - 2xy - y^2 + 10x + 6y$$

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. В заданном двойном интеграле изменить порядок интегрирования

$$\int_0^{e-1} dx \int_0^{\ln(1+x)+1} f(x,y)dy$$

2. Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^2 dx \int_x^{2x} (x-y)dy$$

3. Применяя двойной интеграл, найти площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями

$$y = x^2 - 1;\ y = -x^2+3.$$

4. Вычислите криволинейный интеграл, где L - отрезок прямой, заключенный между точками A и B.

$$\int_L \left(x^2y + 5x\right)dl,\ A(-1,0),\ B(-1,4).$$

5. Вычислите криволинейный интеграл

$\int_L f(x,y)dl$, где L – кривая, заданная в полярных координатах

$(x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi)$ уравнением $r = r(\varphi)$.

$$\int_L \frac{xy}{\left(x^2+y^2\right)}dl,\ r = 2\sin 2\varphi,\ \left(0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4}\right).$$

6. Вычислите

$\int_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy$, где L – часть кривой, заданной уравнением $y = y(x)$

между точками A и B.

$$\int_L xdx - (y^3+1)dy,\ y = \sqrt[3]{x},\ A(0,0),\ B(8,2).$$

7. Вычислите

$\int\limits_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy$, где L – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$ $(t_1 \le t \le t_2)$.

$$\int\limits_L ydx - \sqrt{4-y^2}dy,\ x = 4\cos t,\ y = 2\sin t\ (0 \le t \le \frac{\pi}{2}).$$

8. Вычислите по формуле Грина криволинейный интеграл

$\int\limits_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy$, где L – контур треугольника с вершинами A, B, C, пробегаемый против хода часовой стрелки.

$$\oint\limits_L 2xydx + (x^2 - xy)dy,\ A(0,0),\ B(-1,0),\ C(0,1)$$

Раздел 9. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 9.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте сходимость рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1\right)$; б) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^n$;

д) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} n^7\left(\frac{9}{10}\right)^n$; е) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} n\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$; ё) $\sum\limits_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3+2)\ln^2 n}$;

ж) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}$; з) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1}\frac{2n+1}{(n+1)n}$; и) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^{n^2}$.

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon = 0{,}01.$$

3. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2+8n-5}$$

Тема 9.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Исследовать сходимость рядов, пользуясь признаком сходимости Даламбера

$$\sum^{\infty} 3^n \sin\frac{\pi}{2^n}.$$

$$\sum_{n=1}$$

2. Исследовать сходимость рядов, пользуясь признаком сравнения или предельным признаком сравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty} tg\frac{\pi}{5n}.$$

3. Исследовать сходимость рядов, пользуясь радикальным признаком Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} arctg^n\frac{1}{n}.$$

4. Исследовать сходимость рядов, пользуясь интегральным признаком сходимости Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n^2+1)arctg^2 n}.$$

5. Выяснить, какие ряды сходятся абсолютно, какие условно, какие расходятся

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\,ln^3 n}.$$

6. Для степенных рядов написать первые четыре члена, найти радиус, интервал сходимости ряда и выяснить вопрос о сходимости ряда на концах интервала

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{3^n\sqrt[5]{n}}\ ; \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^2}.$$

7. Найти значения функций с точностью 0, 001. При вычислении воспользоваться соответствующими разложениями в ряд Маклорена.

$$(1{,}2)^{-\frac{1}{3}}.$$

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $y' = (1+x^2)(4+y^2)$; б) $2x^2yy' + y^2 = 2,\ y(-1) = 2$;

в) $xydx + (x+1)dy = 0,\ y(0) = 1$.

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $x(y' - x\cos x) = y$; б) $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}$; в) $xy' + y - e^x = 0,\ y(1) = 2$.

3. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $y'' = xe^{x^2} + 3^{-x}$; б) $y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$; в) $x^2 y'' = y'^2$;
г) $y'' = 2yy'$; д) $xyy'' - xy'^2 = yy'$, $y(1) = e$, $y'(1) = 2e$.

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

а) $y'' + y' = 12x^2$; б) $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}$; в) $y'' + 9y = 2x\sin x + xe^{3x}$.

Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения

$$x\sqrt{1 + y^2}dx + y(x^2 + 1)dy = 0$$

2. Найдите решение задачи Коши

$$y' - \frac{y}{x} = 2\ln x\ ,\ y(1) = 4$$

3. Найдите общий интеграл

$\Phi(x, y, c) = 0$ дифференциального уравнения и в ответе запишите значение C, при котором интегральная кривая данного уравнения проходит через точку $M_0(x_0, y_0)$.

$$(ye^{xy} + 2x)dx + (xe^{xy} + 2y)dy = 0\ , M_0(0, 2)\ ;$$

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y'' = \cos^2 x$$

5. Найдите решение задачи Коши

$$y'' - 4y' + 5y = 0\ ,\ \ y(0) = 3\ ,\ \ y'(0) = 7;$$

6. Найдите общее решение дифференциального уравнения 2-ого порядка

$$y'' + 4y' = 4x^2 + 10x + 2$$

7. Найдите частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям

$$x(t_0) = x_0\ ,\ y(t_0) = y_0.$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 2y\ , \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x - 3y\ . \end{cases}$$

Раздел 11. Численные методы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Тема 11.1. Численные методы

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Составьте таблицу значений функции

$f(x)$ на отрезке $[a;b]$ с шагом h. В значениях функции сохраните три знака в дробной части. Вычисления проводить с тремя знаками после запятой. Используя квадратичную интерполяцию по полученной таблице, а) укажите коэффициент интерполяционного многочлена при старшей степени; б) вычислите значение функции в точке x^*. Вычисления проводите двумя способами:

1) по формуле Лагранжа;

2) по формуле Ньютона.

$f(x) = \sqrt[3]{x^3+1}$ на отрезке $[1; 3{,}5]$с шагом h=0,5; x^*=2,3.

2. Функция задана таблицей своих значений

Найти многочлен не выше первой степени, аппроксимирующий функцию по методу наименьших квадратов. Найти значение многочлена в точке $x = x_0$. Изобразить точки таблицы и график аппроксимирующего многочлена на одном рисунке. Вычислить значение величины $\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} v_i^2}{n+1}}$, где $v_i = y_i - P_1(x_i)$, i=0,1,…,n; $P_1(x)$ – аппроксимирующий многочлен. Величина μ оценивает близость аппроксимирующего многочлена к табличной функции.

Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1
y_i	1,17	1,591	2,031	2,379	2,811	3,14

x_0 = 0,37.

3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона, приняв n = 8 и оцените погрешность полученного результата, пользуясь способом удвоения шага вычисления. Вычисления выполнять с пятью знаками после запятой.

$$\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{2x^3-3x+7}}$$

4. Вычислить интеграл по формуле Гаусса при n = 5. Вычисления выполняйте с пятью значащими цифрами после запятой

$$\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{x^3+7x^2-3}} \ .$$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1-я летняя сессия, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-3.1 ОПК-1.2 ОПК-3.2 ОПК-1.3 ОПК-3.3 ОПК-1.4 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Переменная. Окрестность точки. Точка сгущения

2. Сформулировать определения или свойства

Функция. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

Обратная функция. Сложная функция.

3. Сформулировать определения или свойства

Числовые последовательности и их свойства. Теорема Вейерштрасса (без доказательства)

4. Сформулировать определения или свойства

Односторонние пределы.

5. Сформулировать определения или свойства

Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Сравнение бесконечно малых.

6. Сформулировать определения или свойства

Производная; её геометрический и физический смысл.

Свойства функций, непрерывных на отрезке (б/д)

7. Сформулировать определения или свойства

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Задача линеаризации функции.

8. Сформулировать определения или свойства

Определённый интеграл как предел интегральной суммы

Геометрический и физический смысл определённого интеграла

9. Сформулировать определения или свойства

Определители второго и третьего порядков и их вычисление

10. Сформулировать определения или свойства

Определение смешанного произведения и его геометрический смысл

11. Сформулировать определения или свойства

Понятие линейного пространства

12. Сформулировать определения или свойства

Способы задания и виды уравнений плоскости

13. Сформулировать определения или свойства

Матрица. Виды матриц

14. Сформулировать определения или свойства

Понятие системы линейных алгебраических уравнений и ее решения

15. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Предел функции в точке

Связь между функцией, пределом и бесконечно малой величиной

16. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Основные теоремы о пределах

17. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

18. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Точки разрыва функции и их классификация

Основные теоремы о непрерывных функциях

19. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производная сложной функции

Производная обратной функции

20. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций

21. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Экстремум. Необходимые и достаточные условия существования экстремума

22. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Интегрирование заменой переменной
Интегрирование по частям

23. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Формула Ньютона-Лейбница

24. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Линейные операции над векторами
Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису

25. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов
Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

26. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Вывод канонических уравнений прямой. Переход к параметрическим уравнениям прямой

27. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Ранг матрицы. Условие совместности системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли)

28. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Теорема об общем решении неоднородной системы линейных алгебраических уравнений

29. Вычислить

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$$

30. Найти значение производной функции

$y = (2x^2 + 2x - 3)(x^3 - 4x + 2)$ в точке $x_0 = 1$.

31. Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя)

$$\lim_{x \to 0} \frac{tgx - x}{x - \sin x}$$

32. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx.$$

33. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$

34. Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой

$$y = x + 1, \quad 0 \le x \le 2$$

35. Найти общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

36. Решить задачу

Составить уравнение прямой (A_4M), перпендикулярной к плоскости $(A_1A_2A_3)$, если $A_1=(0,4,5)$, $A_2=(3,-2,1)$, $A_3=(4,5,6)$, $A_4=(3,3,2)$

37. Решить задачу

Вычислить модуль векторного произведения $\left[3\bar{a}-\bar{b},\ 2\bar{c}+\bar{a}\right]$, если $\bar{a}=4\bar{i}+\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=-3\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{c}=\frac{1}{2}\bar{i}-2\bar{k}$

38. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}.$$

39. Найти точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями

$$\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+1}{0} \text{ и } 2x-4y-3z+7=0$$

40. Решить задачу

Вычислить $\det\left(A^{-1}\right)\left(AB^{T}\right)$, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

2-я летняя сессия, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-3.1 ОПК-1.2 ОПК-3.2 ОПК-1.3 ОПК-3.3 ОПК-1.4 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8

Вопросы/Задания:

41. Сформулировать определения или свойства

Определение функции двух переменных.

Понятие предела функции двух переменных

42. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

43. Сформулировать определения или свойства

Частные производные высших порядков

44. Сформулировать определения или свойства

Определение экстремума функции двух переменных

45. Сформулировать определения или свойства

Задача о вычислении объема тела

46. Сформулировать определения или свойства

Определение криволинейного интеграла первого рода

Определение криволинейного интеграла второго рода

47. Сформулировать определения или свойства

Скалярное поле. Линии и поверхности уровня.

48. Сформулировать определения или свойства

Производная по направлению. Градиент

49. Сформулировать определения или свойства

Числовой ряд
Понятие частичных сумм числового ряда

50. Сформулировать определения или свойства

Остаточный член числового ряда

51. Сформулировать определения или свойства

Понятие сходящегося ряда

52. Сформулировать определения или свойства

Понятие функционального ряда и его области сходимости

53. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Задача о линеаризации функции двух переменных

54. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных функций, заданных неявно

55. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Инвариантность формы дифференциала первого порядка

56. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Нормальная плоскость и касательная прямая к пространственной кривой

57. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Задача о наибольшем и наименьшем значениях функции двух переменных в замкнутой ограниченной области

58. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты

59. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства криволинейного интеграла второго рода

60. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.

61. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства сходящихся числовых рядов
Необходимый признак сходимости числовых рядов

62. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: предельный признак сравнения

63. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов

64. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема Абеля
Разложение основных элементарных функций в степенные ряды (привести примеры разложений с выводом формул)

65. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z=\sqrt{x^2+y^2}-xy \text{ в точке } (3,4,-7).$$

66. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x,y)=-x^2+xy-y^2-9y+6x-35$$

67. Определить наибольшее и наименьшее значения функции

$$z=x^2+y^2-x\cdot y+x+y \text{ в области } x\le 0,\ y\le 0,\ x+y\ge -3.$$

68. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint\limits_{(D)}(x+y)dxdy,\ \ 0\le x\le 1,\ 1\le y\le 2.$$

69. Решить задачу

Показать, что выражение $\frac{x}{y}dy+(\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{x}+\ln y)dx$ будет полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.

70. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \sin\frac{\pi}{2^n}.$$

71. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases}-x, \text{ если } -\pi<x\le 0,\\ 0, \text{ если } 0<x\le\pi.\end{cases}$$

72. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд
Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4^n(x+1)^n}{n^2}.$$

3-я летняя сессия, Экзамен
Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-3.1 ОПК-1.2 ОПК-3.2 ОПК-1.3 ОПК-3.3 ОПК-1.4 ОПК-3.4 ОПК-3.5 ОПК-3.6 ОПК-3.7 ОПК-3.8
Вопросы/Задания:

73. Сформулировать определения или свойства
Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие общего и частного решений

74. Сформулировать определения или свойства
Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши

75. Сформулировать определения или свойства
Дифференциальные уравнения второго порядка. Понятие общего и частного решений

76. Сформулировать определения или свойства
Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши

77. Сформулировать определения или свойства
Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка

78. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Уравнения с разделяющимися переменными. Метод интегрирования

79. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Однородные уравнения. Метод интегрирования

80. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Линейные уравнения. Метод интегрирования

81. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Уравнения Бернулли. Метод интегрирования

82. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования

83. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы интегрирования

84. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Понятие линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского

85. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема о структуре общего решения однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка

86. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка

87. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Метод решения линейного однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

88. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Метод решения линейного неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида

89. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Интегрирование нормальных систем линейных уравнений второго порядка

90. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\left(xy^2+x\right)dx+\left(y-x^2y\right)dy=0.$$

91. Решите задачу

Вычислите $\ln 10$ с точностью $\alpha=0,0001$,
воспользовавшись разложением в степенной ряд
соответствующим образом подобранной функции

92. Решить дифференциальное уравнение

$$\frac{y}{x}dx+\left(y^3+\ln x\right)dy=0$$

93. Решить задачу Коши

$$xy'+y-e^x=0,\ y(1)=2$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2003. - 416 - 5-329-00327-X. - Текст: непосредственный.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 3-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 608 - 5-8112-1093-0. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т.1. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001. - 416 - 5-89602-012-0 (т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных
Не используются.

Ресурсы «Интернет»
1. https://www.iprbookshop.ru/ - Онлайн библиотека
2. https://techlibrary.ru/ - Электронная техническая библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения
(обновление производится по мере появления новых версий программы)
Не используется.

Перечень информационно-справочных систем
(обновление выполняется еженедельно)
Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип
Интерактивная панель - 1 шт.
Меловая доска - 4 шт.
Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.
Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.
Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.
При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каж-дому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.
Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:
- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию

- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться с настоящей рабочей программой учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или обучающийся самостоятельно использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационнотелекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.